

1. 単元名 「平方根」

2. 単元について

私たちの生活の中には、黄金比や白銀比などのように、有理数だけでは表せない無理数が存在している。また、無理数は有理数を2辺とする直角三角形の斜辺に表れており、土地の測量の場面で活用されている。しかも、それらは、有史前より、感覚的に最も人々が美しいと感じる比として、人々の中に定着しており、歴史的建築物・絵画・化石や動植物など、身近に目に触れる具体物として存在している。なぜなのかは、人の歩んできた歴史やDNAのレベルまでさかのぼっても解明できていない。つまり、人はこの世界に存在してから美しいと感じるものを生活の中で感じながら、時に、心の奥底で自分自身の存在を確かめるかのような存在として、広く人々の中に入り込んでいる。この美しさは、歴史的数学的発見とともにある。したがって、そのような無理数の発見、特に平方根の発見は、人類が存在する以上、生活の根拠として切っても切り離せないものである。生徒は、小学校の学習において、身のまわりの物の数を数えることに始まり、正の整数、0、小数、分数について、それらの概念を理解し、それらの数を用いたり、計算したりすることができるようになってきている。そして、中学校第1学年では、数を正の数と負の数へと拡張していく必要性を理解し、数の概念についての理解を深め、さらにその四則計算ができるようになってきている。第2学年では、文字を用いた式の計算も、数と同じように基本的な法則に従って加減乗除できることを理解し、数量の関係を一般的、能率的に考察し、処理することができるようになってきている。こうした既習の学習内容を受けて本単元では、まず、方眼用紙にいろいろな大きさの正方形をつくらせ、その正方形の面積と1辺の長さを考えさせることで、正方形の1辺の長さの中にはこれまで学習してきた数では表現できないものがあることに気付かせ、新しい数の必要性を感じさせる。次に、面積が 2cm^2 になる正方形の1辺の長さに着目させ、区間法を使い2乗すると2なる数は、小数では表すことができないことを確認する。その後、平方根の意味と標記の仕方を知らせる。そして、平方根の大小関係や加減乗除の計算方法について考察していくことで、平方根の意味を理解させていく。このように学習を進めていくことで、数をより拡張し、数の概念についての理解を一層深めていくとともに、無理数を用いて、今まで正確に表現できなかったものを、正確に表すことができることを理解し、物事を一層深く考察し、処理する能力を伸ばしていく。こうした一連の学習は、「二次方程式」「三平方の定理」への学習へとつながっていく。数の範囲を平方根に拡張し、その知識を活用して「二次方程式」「三平方の定理」を考察していくことで、二次方程式の解を求めることができたり、三平方の定理を利用して様々なものの長さを求めることができたりすることから、新しい知識と既習の知識のつながりや、問題解決に用いた数学的な見方や考え方のよさを実感させていくことができると考える。中学校数学における目標は、「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理原則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」となっている。また、「鳥取県学校教育のめざすもの」(平成25年度版)の中学校数学には、「言語活動を充実させるためのポイント」として、①数学的な表現を適切に用いることができる、②数学的な推論を的確に進めることができる、③数学的に表現したり、それを解釈したりすることのよさを実感できる、としている。この単元で目指す数学のよさをさらに深く実感させるために、これらのポイントをおさえ、多様な考えを引き出し、多様な表現を共有していく可能性のある授業展開を目指したい。

指導に当たっては、これまで学習してきた有理数が、実行可能な法則を生活の中の具体を根拠に構築してきたが、平方根という無理数の範囲に拡張された数においても、ある面積を持つ正方形の1辺の長さを根拠として様々な法則を考えていくので、図形との関連を的確に図りながら、丁寧に指導していく必要がある。また、正方形の1辺の長さから面積を考える思考から逆の思考が必要となるので、この逆思考のもつ意味も丁寧に指導していかなければならない。したがって、平方根を比較する場面などでは、単なる比較方法の理解として終わらせることなく、その根拠となるしくみを実践的に理解させる問題を通して思考力の向上に役立てていきたい。そこで、本時の課題となる「根号をふくむ式の乗法のしくみを、根拠をもって検証する。」にあたり、なぜそうなるのか(根拠)を、言葉・図・式で表現させていく。特に、式の表現では、数学的な論証の仕方をもとに、的確な表現の仕方を指導する。また、T2と協力して、他の方法では示せないか(多様化)を巡回指導し、多様な考えを引き出せるよう個に応じて支援していく。集団追求の場面では、自分の考えと似ている部分や、違っている部分はどこか(批判的態度)を判断させながら、他者の思考に触れることを通して自己の理解を深めさせ、「聴く姿勢」の深化をはかっていきたい。また、検証の方法として、①近似値による検証、②図による検証、③面積の関係による検証、④式の変形による検証があるが、いずれも的確な説明ができるよう指導する。さらに、①～④の相互の関連を図る発問を投げかけることで、帰納的にとらえるよさを実感させ、乗法の計算方法を明確にして、文字の式として一般化することを理解させたい。これまでに学習した展開や因数分解でも、できるかぎりそのしくみを式や図を通して学習を深めてきた。本単元でも、道具的理解に偏ることなく、概念的理解を深めながら、数学を学ぶよさを実感できるよう実践していきたい。また、観点別評価規準に照らし、A(十分満足と判断できる状況)の生徒には、さらに多様な見方や考え方ができるよう支援し、それらの関連を見抜く思考を促し、考えを一般化して数学的に適切に表現するよう促す。B(おおむね満足と判断できる状況)の生徒には、根号をふくむ式の乗法の計算方法を明確にさせることで、より数学的な思考へとつなげていく。また、C(努力を要すると判断できる状況)の生徒には、電卓を活用させたり、図を利用して、図の辺の関係や面積を実際に求める方法など操作活動を通して考えていくことを促したい。このようにそれぞれの評価に応じた課題を設定し、より数学的な見方や考え方を広げたり、深めたりできるよう個に応じた支援を適切に講じていきたい。TT指導では、T1は全体指導をT2は個別指導を行うことを原則とするが、グループ活動の場面では役割をローテーション化し、対話を通して学ぶことができるよう指導する。また、つぶやきを全体に提示したり、T1の発問に指名されなかったときでも、T2が埋もれそうな考え方や意見を拾い上げ全体の中へ出す役割を担うこととする。また、T1T2ともに、グループ活動の場面では生徒同士の気づきを喚起させるため、生徒同士をつなげるためにコーディネーターとして助言する。本校では、今年度の研究授業主題として、「ねらいに迫る適切な課題を設定し、その解決を各教科に相応しい言語活動を通して互いに学び取り、自己変革が認知できる授業力の向上」と定め、そのための授業の重点として、4つの授業づくり(①アクティブラーニングの視点からの授業づくり、②「ねらいを達成した子どもの姿」(Today's Goal)からの授業づくり、③集団追求(比較・検討)の場面で、“わかった”“なるほど”を実感させる授業づくり、④ICTを活用した効果的効率的な授業づくり)を掲げ、取り組んでいる。今回の授業が、そうしたテーマに迫るべく一連の授業構成に鑑みて教材解釈を適切に行い、数学の考える楽しさを実感できる授業の構築を目指したい。

3. 単元目標

数の平方根について理解し、数の概念の理解をいっそう深めるとともに、数を用いてものごとを広く、深く考察・処理することができるようにする。

そのために、

- ア. 新しい数の存在を知り、その数の必要性を理解する。
- イ. 数の平方根の意味を理解し、電卓などを用いてその近似値を求めることができるようにする。
- ウ. 数の平方根の中には有理数でないものがあることを知り、いろいろな数を数直線上に表したり、小数で分類したりすることを通して、有理数、無理数についての理解を深める。
- エ. 根号をふくむ簡単な式の計算や変形ができるようにする。

4. 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
数の平方根に関心を持ち、様々な事象を平方根の意味に基づいてとらえるなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	数の平方根についての様々な性質や法則を見いだし、それが正しいことを根拠を明らかにして説明したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。	数の平方根についての性質や法則などを使って、様々な事象を式で表現したり、根号をふくむ式を計算する技能を身につけている。	数の平方根についての性質などを理解し、平方根、 $\sqrt{\quad}$ 、有理数・無理数、分母の有理化などの知識を身につけている。

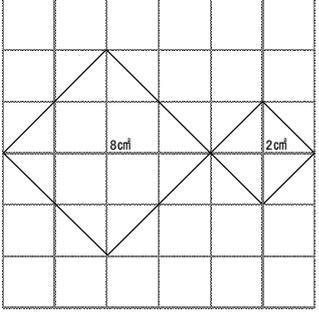
5. 単元の指導計画と評価計画

時間	ねらい	学習活動	評価規準(評価方法)			
			数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての 知識・理解
1	正方形の面積と辺の関係から平方根の考え方を知る。	方眼紙を使って、いろいろな正方形をかき、面積の求め方を説明する。	○数の平方根を調べようとしていたり、根号を使って表そうとしている。 (観察・ノート)			◎平方根の必要性と意味を理解している。 (観察・学習プリント)
2	平方根の表し方とその意味を知る。	2cm ² の正方形の1辺の長さを考えることにより、これまでにない数の存在を知り、他の数で帰納的に考える。			○いろいろな数の平方根を求めることができる。 (課題プリント)	◎平方根の使い方を理解している。 (観察・ノート)
3	平方根の大小を比べる方法を身につける。	正方形の面積の関係から、1辺の長さを比較して考える。		○正方形の面積の大小関係から、平方根の大小関係を考えることができる。 (観察・ノート)	◎平方根の大小関係を、不等号を用いて表現することができる。 (課題プリント)	
4	$\sqrt{\quad}$ の実際の大きさを、区間法を用いて調べ、その特性について理解する。	5cm ² の正方形の1辺の長さを求めることを通して、既習事項と帰着させて考える。		◎平方根の近似値を見当を付けたら、平方根の値を既習のことがらに帰着させるなどしてその求め方を考えることができる。 (観察・ノート)		○平方根の値と近似値の求め方について理解している。 (観察・ノート)
5	これまでに学んだ数を振り返り、 $\sqrt{\quad}$ で表された数の特徴を知る。	分数で表された小数と小数で表された $\sqrt{\quad}$ を比較・検討する。			◎ある数が有理数か無理数かを見分けることができる。 (課題プリント)	○有理数と無理数の意味とその性質や違いについて理解している。 (課題プリント)
6 本時	根号をふくむ式の乗法の考え方を理解し、その方法に習	$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ の計算の仕方を予測し、さまざまな方法で検証		○根号をふくむ式の乗法について、多様な見方で考察し、その方法を	◎根号をふくむ式の乗法の計算方法を使って、計算することが	

	熟する。	する。		導くことができる。 (観察・ノート)	できる。 (課題プリント)	
7	根号をふくむ式の除法の考え方を理解し、その方法に習熟する。	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ の計算の仕方を、2乗する方法で見出す。			◎根号をふくむ式の除法の計算方法を使って、計算することができる。 (課題プリント)	
8	根号をふくむ式の乗法・除法の方法を利用し、式の変形ができる。	既習事項を活かして、式の変形を考える。			◎根号をふくむ式の乗法や除法の計算方法を使って、式を変形することができる。 (課題プリント)	○根号をふくむ式は、文字の式として見ることができる。 (観察・ノート)
9	根号をふくむ式の乗法・除法の方法を利用し、分母に根号がない形に変形することができる。	分母に根号がある分数と、そうでない分数をいろいろな方法で比較し、変形の方法を考える。			◎根号をふくむ式の乗法、除法の計算法則を使って、分母を有理化することができる。 (課題プリント)	○分母を有理化する意味を理解している。 (観察・ノート)
10	根号をふくむ式の値を近似値を使って求めることができる。	既習事項を用いて式を変形し、近似値を使っておよその値を考える。			◎根号をふくむ式の値を、近似値を代入し求めることができる。 (課題プリント)	○根号をふくむ式の値の意味を理解している。 (観察・ノート)
11	根号をふくむ式の加法・減法の考え方を理解し、その方法に習熟する。	$\sqrt{8+\sqrt{2}}$ を既習のことに帰着し、いろいろな調べ方で考察し計算法則を考える。		○根号をふくむ式の加法や減法の計算方法を、多様な見方で考察することができる。 (観察・ノート)	◎根号をふくむ式の加法や減法の計算方法を使って、計算することができる。 (課題プリント)	
12	式の展開公式等を利用して、根号をふくむ式の積の計算ができる。	既習事項に帰着させ、式の展開を考える。			◎根号をふくむ式の和と差や、根号をふくむ式の積の計算ができる。 (課題プリント)	○根号をふくむ式の和と差や、根号をふくむ式の積の計算について理解している。 (観察・ノート)

6. 本時の学習

- (1) 目標 根号をふくむ式の乗法について、そのしくみを多様な調べ方で考察することができる。
- (2) 本時の評価規準 根号をふくむ式の乗法について、多様な見方で考察し、その方法を導くことができる【考】。
- (3) 準備 問題用の図、問題提示用の図、電卓、評価問題、チャレンジ問題
- (4) 指導過程
(◇主な発問/◎主な反応/◆支援/・留意点/評価：【技】数学的な技能・【考】数学的な見方や考え方)

学習活動と授業の流れ	指導上の留意点と評価
0. 授業の流れをつかむ。(1分)	・特別支援教育の観点から今日の授業の流れとポイントを示す。
<p>1. 問題把握をする。(5分)</p> <p>◇「$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$」は計算できるでしょうか。もしできるとしたらどのようにして求めますか。</p> <p>◎ $\sqrt{8} \times 2$</p> <p>◎ $\sqrt{16}$</p> <p>◎ 4</p> <p>◎ できない。</p> <p>◇平方根のことを調べる方法にどんな方法がありましたか。</p> <p>◎ 近似値を用いて調べる方法</p> <p>◎ 図を利用して調べる方法</p> <p>◎ 2乗して調べる方法(数の大小)</p> 	<p>・数学を考える3つの視点、①根拠はどうか、②簡潔かどうか、③いつでも言えるか、について、予想をもとにこれから何を考えていくか確認する。</p> <p>【改善】まず、できるかどうかを考えさせ、取り組みやすくなるよう「$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$はどのような計算ができると思いますか。」から、変更した。</p> <p>・問題解決の見直しを確認する。</p> <p>・図を利用する場合、$\sqrt{8}$と$\sqrt{2}$の意味を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>10の視点①</p> <p>平方根の乗法という新しい計算を考える場面で、視点①～③を与えた上で、予想させています。常に「①根拠、②簡潔、いつでも言える」を意識して考えるよう指導することで、根拠を明確にして数学的に説明することの習慣化を図っています。本時では、計算の仕方を教え込むのではなく、既習事項である近似値、面積図等を根拠にしながら「無理数はかけることができる」という結論に導いていきます。</p> </div>
<p><Today's Goal> 根号をふくむ式の乗法の計算方法の根拠を示すことができる。</p>	
<p>2. 個人追求をする。(10分) 【視点④】 【視点⑥】 【視点⑦】</p> <p><段階></p> <p>A：数の大小を調べる方法を用いて考察している。</p> <p>B1：長方形の面積をまとめて考察している。</p> <p>B2：図から、$\sqrt{8}$が$2 \times \sqrt{2}$という辺の関係を見だし別々に面積を調べる方法で考察している。</p>	<p>・机間指導を行い、生徒がどの段階かを確認し支援をするが、できるだけ他者とつなげるようコーディネートする。</p> <p>◆<段階別の支援></p> <p>A1：多様な見方や考え方ができるよう面積図で考えられないか、式と図の関連はどうか、一般化できないか。</p> <p>B1・B2 ：どのような計算式が考えられるか。</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>10の視点⑦</p> <p>生徒がどう思考するのかを予想し、1つの考え方で終わることなく、様々な視点から考えるよう促す等、段階別の支援の在り方とT1、T2の役割を明確にしておくことで、生徒一人一人の理解度に応じた支援を適時、的確に行うことができます。</p> </div>	

B 3 : 近似値を用いて考察している。
 C : 求める方法が見つからない。

- ◎面積図で考えている。
- ◎ $\sqrt{8}$ を $2\sqrt{2}$ に変形させている。
- ◎近似値を使っている。
- ◎数の大小の関係を調べる方法を使っている。

3. 集団追求をする。(15分) 【視点⑤】

◇個人で考えた成果を発表しよう。

①【近似値の利用】

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 2.828 \times 1.414 = 3.999999.....$$

よって、 $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$

②【図の辺の利用】

図より $\sqrt{8}$ は $\sqrt{2}$ の2倍の長さ

よって、 $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \times 2 = 4$

③【面積の利用】

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$$

④【数の大小の利用】

$$(\sqrt{8} \times \sqrt{2})^2 = \sqrt{8}^2 \times \sqrt{2}^2 = 8 \times 2 = 16$$

よって、 $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$

4. 今日のまとめをする。(5分)

◇以上のことから、この計算はどのようにすればよいと思いますか、はじめの予想と比較してどうでしたか。

◎根号をふくむ式の乗法では、 $\sqrt{\quad}$ の中をかければよい。

5. 評価問題をする。(5分)

◇評価問題に挑戦しよう。

6. 今日のふり返りをする。(5分) 【視点⑧】

◇<Today' Goal>に到達できましたか。また、発表や説明を聞いてどうでしたか。

7. チャレンジ問題に挑戦する。

B 3 : 結果から計算式との関連が図れないか。
 C : 電卓を使って近似値を求め計算できないか。
 または、面積図から考えられないか。

考 根号をふくむ式の乗法について、多様な見方で考察し、その方法を導くことができたか。(個人追求の様子、ノート)

・①、②、③、④の順に発表させるが、どの考え方に基づいているか既習事項とともに確認する。

10の視点⑤

一人一人の考え方を全体で共有することにより、様々な方法で $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8} \times 2$ が成り立つことを確認します。多様な考え方を比較・検討することで、自分の考えを深め、広げていくことにつながることができます。

その際、考え方の根拠や説明の論理性等に注目するよう促しながら、共有するようにしましょう。

・「自分の考え方と比較してどの考えが一番分かりやすかったですか。グループで出し合ひましょう。」や「数学を考える視点(③いつでも言える)を考えると、どの方法が適切だと思いますか。」と投げかける。

【改善】

考え方を比較したり、視点に沿って適切な方法を考えたりするよう促すよう支援を追加した。多様な考え方ができる問題に取り組む際、比較したり、より適切な方法を見いだしたりすることの習慣づけをねらっています。

・多様な考え方を比較、検討することで、共通の考え方に注目するよう促し、まとめにつなげる。

・目標に対して、どのように近づいていったか認知できる内容を記述するよう促す。

・ノートを提出した生徒は、チャレンジ問題に取り組むよう促す。

※【視点〇】は、「ととりの授業改革【10の視点】」による。